LEACE
Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Ciências Exatas

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Campus de Santo Antônio da Patrulha

Licenciatura em Ciências Exatas

INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO SANTO ANTÔNIO

ADRIANE BEATRIZ LISCANO JANISCH

ANO ESCOLAR: 1ºano do Ensino Médio

TURNO: Noite

NÚMERO DE ALUNOS: 39 alunos

DATAS: 01/10/19.

PLANO DE AULA (5ª SEMANA)

1. TEMA:

Aplicações da função de 2º grau: introdução de funções de2º grau, função custo, função receita e função lucro.

2. OBJETIVOS:

- Aplicar os conteúdos de funções de 2º grau;
- Compreender as relações entre custo, receita e lucro nas funções de 2º grau;
- Simular a produção de bens de consumo;
- Refletir sobre o papel da Matemática na produção de bens de consumo.

3. CONTEÚDOS:

- Função Polinomial do 2º grau;
- Realizar o estudo do sinal e parábola das funções de 2º grau.

4. RECURSOS DIDÁTICOS:

Lousa, giz, lápis, caderno e material impresso.

Observação: A sala de aula não tem Datashow.

5. ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

Aula expositiva, dialogada.

A correção dos exercícios será feita na lousa, juntamente com os alunos.

6. AVALIAÇÃO:

A avaliação, no processo de ensino e aprendizagem, será contínua, através de resoluções de exercícios, trabalhos individuais e coletivos.

Em todas as aulas serão reservados alguns minutos para discussão das soluções dos exercícios, sendo que os alunos terão que explicar suas conclusões.

Propósito: consolidar os conceitos de Função Polinomial do 1º Grau.

01/10/19

Três períodos –duração de 45 min cada.

Primeiro momento (20 min)

Esperar a turma toda entrar e se acomodar e retomar os dois exercícios que ficaram como tema na aula anterior.

Segundo Momento (25 min)

Função de Segundo Grau ou Função quadrática

Para que a função seja chamada função do segundo grau (Função quadrática), é necessário que sua regra (ou lei de formação) possa ser escrita na seguinte forma:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $y = ax^2 + bx + c$

Além disso, a, b e c devem pertencer ao conjunto dos números reais e $a \neq 0$.

Numa função do segundo grau, os valores de b e c podem ser iguais a zero, quando isso ocorrer, a equação do segundo grau será considerada incompleta.

Veja alguns exemplos de Função do 2º grau:

a) $f(x) = 5x^2 – 2x + 8$; $a = 5$, $b = – 2$ e $c = 8$ (Completa)

b) $f(x) = x^2 – 2x$; $a = 1$, $b = – 2$ e $c = 0$ (Incompleta)

c) $f(x) = – x^2$; $a = –1$, $b = 0$ e $c = 0$ (Incompleta)

Terceiro Momento (10min)

Encontre os valores de a, b, e c nas funções quadráticas e verifique se é completa ou incompleta:

a) $y = x^2 – 5x + 6$

b) $y = - x^2 + x + 4$

c) $y = 3x^2 – 4x$

d) $y = 2 x^2 – 1$

Quarto momento (30 min)

Gráfico da função do 2º grau

1º) Parábola e sua concavidade

Vamos estudar a representação da função do 2º grau no plano cartesiano. Para isso, tomaremos um função do 2º grau bem simples, onde "b" e "c" valem zero e o "a" vale 1, ou seja, $f(x) = x^2$

Para valores de x, usaremos:

x	x^2	y
-2	$(-2)^2$	4
-1	$(-1)^2$	1
0	$(0)^2$	0
1	$(1)^2$	1
2	$(2)^2$	4

Agora serão marcadas as coordenadas cartesianas no plano. Neste momento, será construído na lousa, juntamente com os alunos a parábola de x^2 no plano cartesiano.

Observemos que se tomarmos o coeficiente "a" como negativo, a parábola vai mudar a sua concavidade para baixo, como no exemplo a seguir, tomando a = -1:

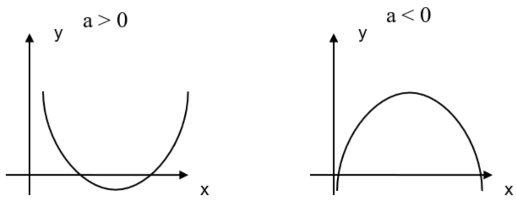
ou seja, $f(x) = -x^2$

Para valores de x, usaremos:

x	$\mathbf{-x^2}$	**y**
-2	$-(-2)^2$	-4
-1	$-(-1)^2$	-1
0	$-(0)^2$	0
1	$-(1)^2$	-1
2	$-(2)^2$	-4

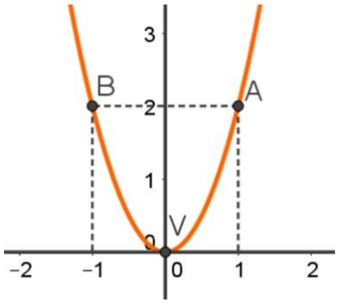
Assim, o que determina a concavidade da parábola é o coeficiente **a** da função de Segundo Grau $f(x) = ax^2 + bx + c$. A parábola tem a concavidade voltada para cima quando o coeficiente é positivo, ou seja, $a > 0$. Caso seja negativo ($a < 0$), a concavidade fica voltada para baixo.

Lembrete: Concavidade da parábola

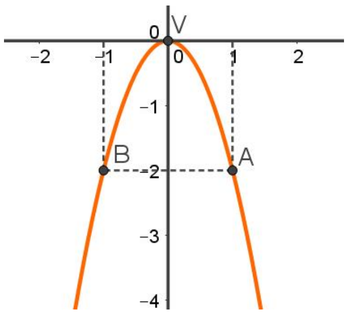


Vamos praticar os conceitos aprendidos, observe os exemplos abaixo:

Na função $f(x) = 2x^2$, perceba que $a = 2$, o qual é um número maior que zero. Portanto, a concavidade da parábola é voltada para cima:



Já na função $g(x) = -2x^2$, perceba que $a = -2$, o qual é um número menor que zero. Portanto, a concavidade da parábola é voltada para baixo.



2º) Raízes da função de 2º grau (onde a parábola "corta" o eixo x)

Para encontrar as raízes da função do segundo grau, pode-se usar a fórmula de Bháskara ou qualquer outro método capaz de calcular raízes de uma função, isso, isso tomando f(x), ou y, como zero. À expressão que ocupa o radicando da fórmula de Bháskara, ou seja, $b^2 - 4.a.c$, damo o nome de discriminante, e representamos pela letrar grega delta (Δ). A partir do cálculo do discriminante já é possível afirmar se a parábola vai cortar o eixo x em dois pontos, em um ponto apenas ou se não vai cortar o eixo x, conforme o esquema abaixo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

OBS:

$\Delta > 0$***:*** duas raízes reais e diferentes, cortando o eixo *x* em dois pontos distintos.

$\Delta = 0$***:*** raízes iguais, a parábola tangencia o eixo *x*.

$\Delta < 0$***:*** não existe raiz real. Não corta o eixo *x*.

Exemplo 1:

$x^2 - 5x + 6 = 0$

Inicialmente, devemos verificar os coeficientes da função do segundo grau:

a = 1, b = -5, c = 6

Substitua os valores dos coeficientes na fórmula do discriminante/delta:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 * 1 * 6$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

Como o delta é igual a 1, ele é maior que zero. Sendo assim, aplica-se a primeira condição, isto é, a parábola interceptará o eixo x em dois pontos distintos, ou seja, a função possui duas raízes reais diferentes. Como o coeficiente é maior do que zero, a concavidade fica voltada para cima.

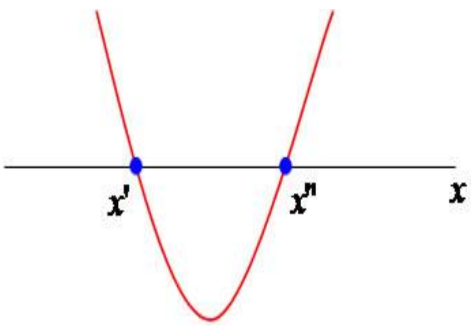
O esboço do gráfico está logo abaixo:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2*1}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{5-1}{2} = 2$$

$$x'' = \frac{5+1}{2} = 3$$



A é maior que zero, (a > 0), possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos (2, 3).

Exemplo 2

x² – 4x + 4 = 0

Inicialmente, devemos verificar os coeficientes da função do segundo grau:

a = 1, b = - 4, c = 4

Substitua os valores dos coeficientes na fórmula do discriminante/delta:

Δ = b² – 4ac

Δ = (– 4)² – 4 * 1 * 4

Δ = 16 – 16

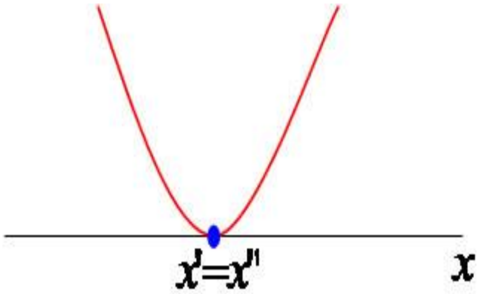
Δ = 0

O valor de delta é 0, logo, aplica-se a segunda condição, isto é, a função possui uma única raiz real, e a parábola tangencia o eixo x. Como a > 0, a concavidade da parábola fica para cima.

Veja o esboço do gráfico:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2*1}$$

$$x' = x'' = \frac{4}{2} = 2$$



Possui apenas uma raiz real, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto.

Exemplo 3

x² + 2x + 2 = 0

Substitua os valores dos coeficientes na fórmula do discriminante/delta:

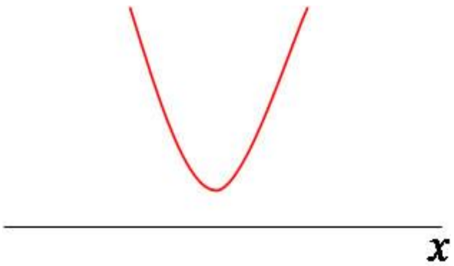
Δ = b² – 4ac

Δ = (2)² – 4 * 1 * 2

Δ = 4 – 8

Δ = – 4

O valor do discriminante é - 4 (menor que zero). Com isso, aplicamos a terceira condição, isto é, a parábola não intercepta o eixo x, logo, a função não possui nenhuma raiz real. Como a > 0, a concavidade da parábola fica para cima. Observe o esboço do gráfico:



Não possui raiz real, a parábola não intersecta o eixo x.

Quinto Momento (25 min)

Exercícios:

Encontre o discriminante de cada função do segundo grau e determine a quantidade de raízes, a concavidade da parábola e esboce o gráfico da função em relação ao eixo x.

1) **$f(x) = x^2 – 6x + 8$:**

Passo a passo

$f(x) = x^2 – 6x + 8$

$x^2 – 6x + 8= 0$

$\Delta = b^2 – 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (– 6)^2 – 4 \cdot 1 \cdot (8)$

$\Delta = 36 – 32$

$\Delta = 4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{\Delta}}{2.1}$

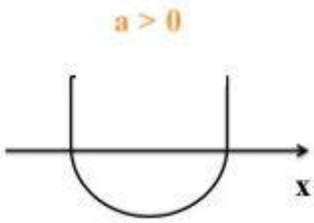
$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2.1}$

$x = \frac{6 \pm 2}{2}$

$x' = \frac{6+2}{2} = = \frac{8}{2} = 4$

$x'' = \frac{6-2}{2} = = \frac{4}{2} = 2$

$S = \{2, 4\}$



Concavidade voltada para cima, pois a > 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. (2, 4)

2) $-3x^2 + 1x - 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-10)$

$\Delta = 1 + 120$

$\Delta = 121$

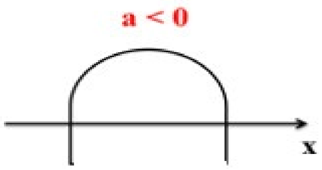
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{121}}{2.(-3)}$

$x = \frac{-1 \pm 11}{-6}$

$x' = \frac{-1+11}{-6} = = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$

$x'' = \frac{-1-11}{-6} = = \frac{-12}{-6} = 2 \quad S = \{-\frac{5}{3}, 2\}$



Concavidade voltada para baixo, pois a < 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. $\{-\frac{5}{3}, 2\}$.

3) $- 5x^2 + 2x - 2 = 0$

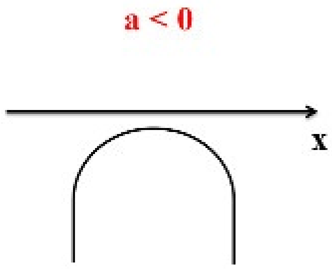
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (2)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-2)$

$\Delta = 4 - 22$

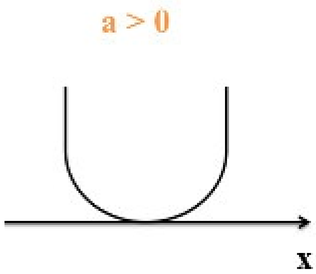
$\Delta = -18$

Não possui raiz real, a parábola não intersecta o eixo x.



4) $x^2 + 4x + 4 = 0$

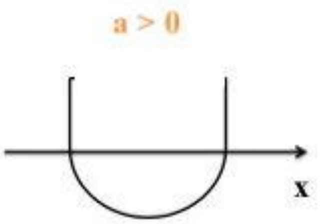
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4)$
$\Delta = 16 - 16$
$\Delta = 0$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x = \frac{-(4) \pm \sqrt{0}}{2.1}$
$x = \frac{-4}{2}$
$x' = x'' = -2$
$S = \{ -2 \}$



Como a > 0, a concavidade da parábola fica para cima. Possui apenas uma raiz real, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto.

5) x2 + x − 6 = 0

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$
$\Delta = 1 + 24$
$\Delta = 25$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{25}}{2.1}$
$x = \frac{-1 \pm 5}{2}$
$x' = \frac{-1 + 5}{2} = = \frac{4}{2} = 2$
$x'' = \frac{-1 - 5}{2} = = \frac{-6}{2} = -3$
$S = \{-3, 2\}$.



Concavidade voltada para cima, pois a > 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. (-3, 2)

Sexto Momento (10 min)

Tema para fazer em casa, será retomado na próxima aula:

Encontre o discriminante de cada função do segundo grau e determine a quantidade de raízes, a concavidade da parábola e esboce o gráfico da função em relação ao eixo x:

1) **$- x^2 - 7x - 6 = 0$**

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)$

$\Delta = 49 - 24$

$\Delta = 25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

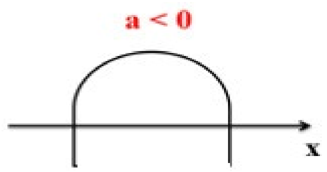
$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2.1}$

$x = \frac{7 \pm 5}{2}$

$x' = \frac{7+5}{2} = = \frac{12}{2} = 6$

$x'' = \frac{7-5}{2} = = \frac{2}{2} = 1$

$S = \{1, 6\}$.



Concavidade voltada para baixo, pois a < 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. $\{1, 6\}$.

2) **$x^2 - 5x + 4 = 0$**

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4)$

$\Delta = 25 - 16$

$\Delta = 9$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

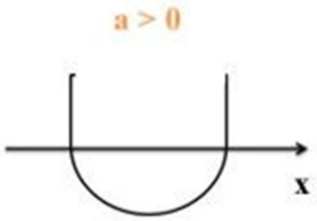
$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2.1}$

$x = \frac{5 \pm 3}{2}$

$x' = \frac{5+3}{2} = = \frac{8}{2} = 4$

$x'' = \frac{5-3}{2} = = \frac{2}{2} = 1$

S = {1, 4}.



Concavidade voltada para cima, pois a > 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. $\{1, 4\}$.