LEACE

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Ciências Exatas

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Campus de Santo Antônio da Patrulha

Licenciatura em Ciências Exatas

INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO SANTO ANTÔNIO

ADRIANE BEATRIZ LISCANO JANISCH

ANO ESCOLAR: 1ºano do Ensino Médio

TURNO: Noite

NÚMERO DE ALUNOS: 39 alunos

DATAS: 22/10/19.

PLANO DE AULA (6ª SEMANA)

1. TEMA:

Aplicações da função de 2º grau: Função custo, função receita e função lucro.

2. OBJETIVOS:

- Aplicar os conteúdos de funções de 2º grau;
- Compreender as relações entre custo, receita e lucro nas funções de 2º grau;
- Simular a produção de bens de consumo;
- Refletir sobre o papel da Matemática na produção de bens de consumo.

3. CONTEÚDOS:

- Função Polinomial do 2º grau;
- Realizar o estudo do sinal e parábola das funções de 2º grau.

4. RECURSOS DIDÁTICOS:

Lousa, giz, lápis, caderno e material impresso.

Observação: A sala de aula não tem Datashow.

5. ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

Aula expositiva, dialogada.

A correção dos exercícios será feita na lousa, juntamente com os alunos.

6. AVALIAÇÃO:

A avaliação, no processo de ensino e aprendizagem, será contínua, através de resoluções de exercícios, trabalhos individuais e coletivos.

Em todas as aulas serão reservados alguns minutos para discussão das soluções dos exercícios, sendo que os alunos terão que explicar suas conclusões.

Propósito: consolidar os conceitos de Função Polinomial do 2º Grau.

22/10/19

Três períodos –duração de 45 min cada.

Retomando os exercícios que foram trabalhados na última aula sobre função de segundo grau (função quadrática).

Exercícios:

Encontre o discriminante de cada função do segundo grau e determine a quantidade de raízes, a concavidade da parábola e esboce o gráfico da função em relação ao eixo x.

1) **$f(x) = 2x^2 – 9x + 4$:**

Passo a passo

a=2

b = -3

c = 4

$\Delta = b^2 – 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (– 9)^2 – 4 \cdot 2 \cdot (4)$

$\Delta = 81 – 32$

$\Delta = 49$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

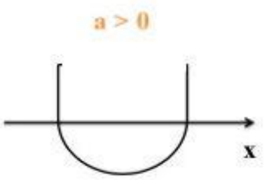
$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{\Delta}}{2.2}$ $\quad x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{49}}{2.2}$

$x = \frac{9 \pm 7}{4}$

$x' = \frac{9+7}{4} = = \frac{16}{4} = 4$

$x'' = \frac{9-7}{4} = = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} =$

$S = \{\frac{1}{2}, 4\}$



Concavidade voltada para cima, pois a > 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. ($\frac{1}{2}$ 4)

2) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

a =-2

b = 5

c = 3

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (3)$

$\Delta = 25 + 24$

$\Delta = 49$

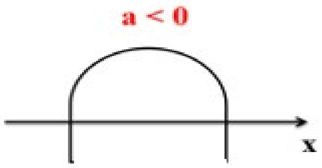
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{49}}{2.(-2)}$

$x = \frac{-5 \pm 7}{-4}$

$x' = \frac{-5+7}{-4} = = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$x'' = \frac{-5-7}{-4} = = \frac{-12}{-4} = 3 \quad S = \{\frac{1}{2}, 3\}$



Concavidade voltada para baixo, pois a < 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. $\{\frac{1}{2}, 3\}$.

3) $-x^2 + 4x - 10 = 0$

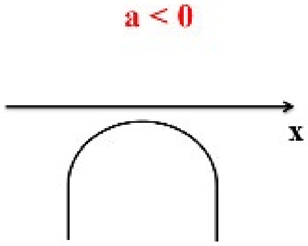
a = -1

b = 4

c = -10

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \qquad \Delta = (4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10) \qquad \Delta = 16 - 24 \qquad \Delta = -8$

Não possui raiz real, a parábola não intersecta o eixo x.



4) $2x^2 + 8x + 8 = 0$

a =2
b = 8
c = 8

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$\Delta = (8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (8)$
$\Delta = 64 - 64$
$\Delta = 0$

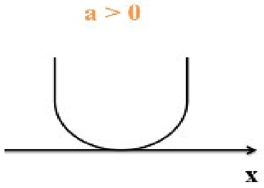
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(8) \pm \sqrt{0}}{2.2}$

$x = \frac{-8}{4}$

$x' = x'' = -2$

S = { - 2}



Como a > 0, a concavidade da parábola fica para cima. Possui apenas uma raiz real, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto.

5) $6x^2 + x - 1 = 0$

a = 6
b = 1
c = -1

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)$
$\Delta = 1 + 24$
$\Delta = 25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

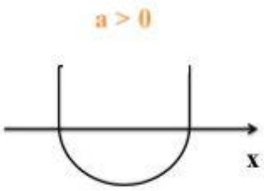
$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{25}}{2.6}$

$x = \frac{-1 \pm 5}{12}$

$x' = \frac{-1+5}{12} = = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$x'' = \frac{-1-5}{12} = = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$

$S = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$



Concavidade voltada para cima, pois a > 0, possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos. ($-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$)

3º) Vértice da parábola

Chamamos de vértice da parábola o seu ponto de máximo ou de mínimo em y, ou seja, o ponto onde a parábola não é crescente e nem decrescente ("vale" ou "crista"). Essa coordenada é obtida através das seguintes expressões:

As coordenadas do vértice são $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

x do vértice $x_v = -\frac{b}{2a}$

y do vértice $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$

Fixando: O gráfico de uma função do 2º grau (quadrática), do tipo $f(x)=ax^2+bx+c$, sempre uma parábola, com a concavidade voltada para cima (se a é positivo) ou com a concavidade voltada para baixo (se a é negativo).

✓ A partir dos três passos, esboce o gráfico das funções em:

Exemplo: $f(x) = x^2 - 6x + 5$

- Zero da função

$$0 = x^2 - 6x + 5$$
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau vamos obter:

$y = 0$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$

$\Delta = 36 - 20$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{6-4}{2} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{6+4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2}{2} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{10}{2}$$

$$x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_2 = 5$$

$x_1 = 1$
$x_2 = 5$

O gráfico corta o eixo x nos pontos (1, 0) e (5, 0).

Lembre-se que o gráfico da função, que é uma parábola, corta o eixo y em (0, c), ou seja, (0, 5).

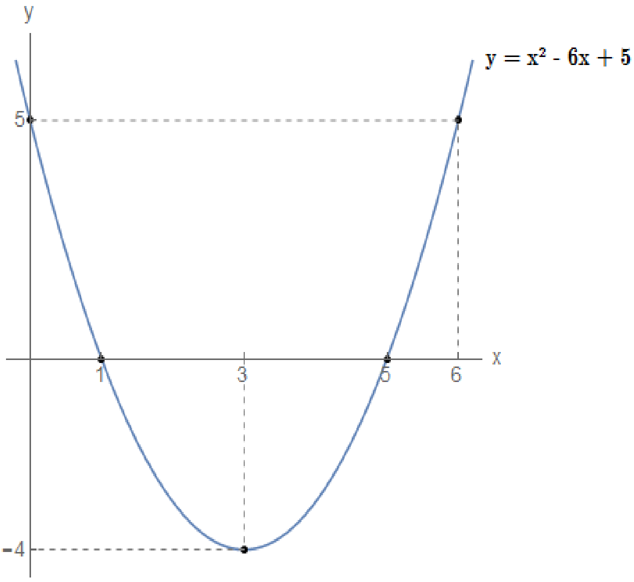
- Vértice

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

$$V = \left(\frac{-(-6)}{2 \cdot 1}, \frac{-16}{4 \cdot 1} \right)$$

$$V = (3, -4)$$

Veja a representação gráfica sendo que o domínio pode ser qualquer número real e a imagem pode ser qualquer número real, ou seja, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

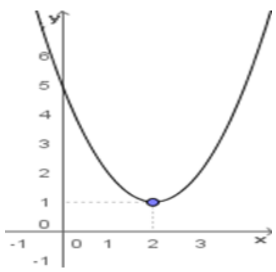
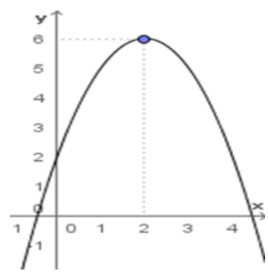


IMPORTANTE:

Para saber se o vértice será ponto de máximo ou de mínimo, basta analisar a concavidade da parábola:

Se a < 0, a parábola possui **ponto de máximo.**

Se a > 0, a parábola possui **ponto de mínimo.**

Ponto de Mínimo da Função Quadrática:	**Ponto de Máximo da Função Quadrática:**
	

Agora é com você!

EXERCÍCIO 1

Encontre as coordenadas do vértice da função $f(x) = x^2 + 2x – 3$. Esboce a parábola e veja se a função possuem ponto de mínimo ou ponto de máximo:

Solução:

1º PASSO:

Encontre o discriminante e as raízes da função, sabendo que a = 1, b = 2 e c = – 3.

$\Delta = b^2 – 4\cdot a\cdot c$

$\Delta = (2)^2 – 4\cdot 1\cdot(-3)$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{16}}{2.1}$

$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$

$x' = \frac{-2 + 4}{2} = = \frac{2}{2} = 1$

$x'' = \frac{-2 - 4}{2} = = -\frac{6}{2} = -3$

$S = \{ 1 , -3\}$

2º PASSO:

Calcule as coordenadas do vértice pelas fórmulas dadas,

$x_v = \frac{– b}{2a}$

$x_v = \frac{– 2}{2\cdot 1}$

$x_v = – 1$

$y_v = \frac{– \Delta}{4a}$

$y_v = \frac{– (2^2 – 4\cdot 1\cdot[– 3])}{4\cdot 1}$

$y_v = \frac{– (4 + 12)}{4}$

$y_v = \frac{– 16}{4}$

$y_v = – 4$

3º PASSO:

Analise a concavidade da parábola:

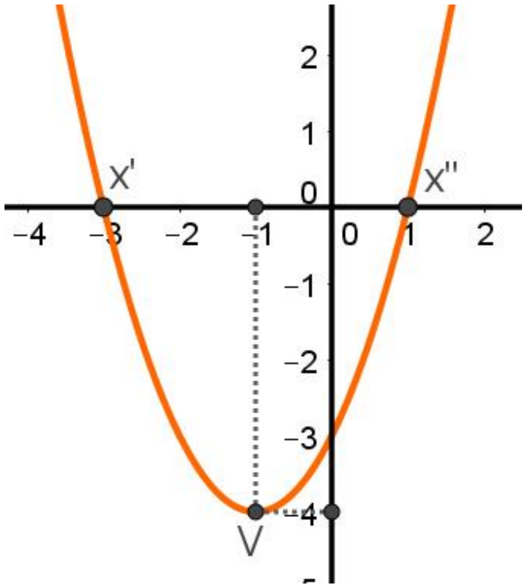
Se a < 0, a parábola possui **ponto de máximo.**

Se a > 0, a parábola possui **ponto de mínimo.**

Como 1 > 0, então a função possui ponto de mínimo.

4º PASSO:

Esboce o gráfico



EXERCÍCIO 2

Encontre as coordenadas do vértice da função f(x) = - x² + 4x – 2. Esboce a parábola e veja se a função possuem ponto de mínimo ou ponto de máximo:

Solução

Para encontrar as coordenadas do vértice, aplicaremos as seguintes fórmulas;

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Para isso, vamos calcular o valor do Δ, considerando a = - 1, b = 4 e c = - 2. Assim temos:

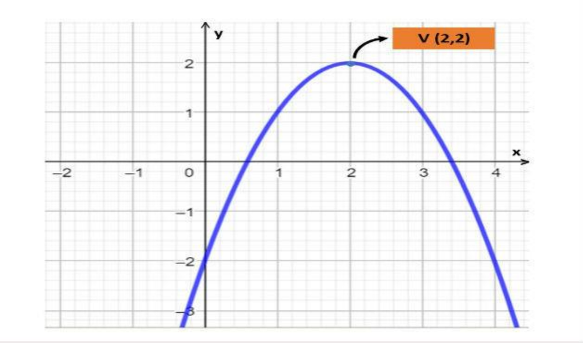
$\Delta = 4^2 - 4. (-1). (-2) = 16 - 8 = 8$

Substituindo os valores, encontramos:

$$x_v = \frac{-4}{2.(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y_v = \frac{-8}{4.(-1)} = \frac{-8}{-4} = 2$$

O ponto do vértice tem coordenadas V = (2, 2) e a função possui **ponto de máximo**, pois a = - 1, portanto, -1 < 0, conforme indicado na parábola abaixo:



EXERCÍCIO 3

Agora, vamos construir o gráfico da função f (x) = x^2 - 2x - 1 e o ponto que representa seu vértice.

Solução:

Para encontrar as coordenadas do vértice, aplicaremos as seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Para isso, vamos calcular o valor do Δ, considerando a = 1, b = -2 e c = - 1. Assim temos:

$\Delta = 4^2 - 4. (1). (- 1) = 16 + 4 = 8$

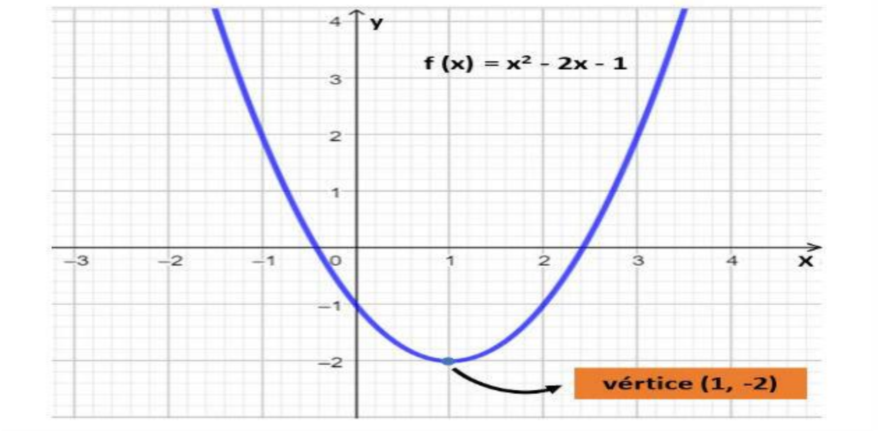
Substituindo os valores, encontramos:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$V = \left(\frac{-(-2)}{2\cdot 1}, \frac{-8}{4\cdot 1}\right)$$

$$V = (1, -2)$$

Portanto, o ponto do vértice tem coordenadas V = (1, - 2), e a função possui ponto de mínimo, pois a = 1 > 0, conforme indicado na parábola abaixo:



EXERCÍCIO 4 - Quais as coordenadas do vértice da função: $f(x) = x^2 - 12x + 20$?

Solução:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$xv = -\frac{b}{2a}$$

$$xv = -\frac{(-12)}{2}$$

$xv = 6$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$yv = -\frac{(b2 \; - 4 \cdot a \cdot c}{4a}$$

$$yv = \frac{-([-12]\,2 \; - 4 \cdot 1 \cdot [20])}{4}$$

$$yv = -\frac{(144 - 80)}{4}$$

$$yv = -\frac{(64)}{4} \quad yv = -16$$

Então, V = (6, – 16) e a função possui ponto de mínimo, pois a = 1, portanto 1 > 0.

EXERCÍCIO 4- Encontre as coordenadas do vértice da função $f(x) = x^2 + 2x - 3$ e diga se ele é ponto de máximo ou de mínimo.

Solução

Sabendo que a = 1, b=2 e c = – 3, encontraremos as coordenadas do vértice pelas seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$xv = = -\frac{2}{2.1}$$

$xv = -1$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

yv $= -\frac{(b2 \;\; - 4 \cdot a \cdot c}{4a}$

yv $= \frac{-16}{4}$

yv = – 4

V = (– 1, – 4)

O ponto do vértice tem coordenadas V = (1, - 2), e a função possui ponto de mínimo, pois a = 1, portanto maior que zero.