LEACE

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Ciências Exatas

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Campus de Santo Antônio da Patrulha

Licenciatura em Ciências Exatas

INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO SANTO ANTÔNIO

ADRIANE BEATRIZ LISCANO JANISCH

ANO ESCOLAR: 1ºano do Ensino Médio

TURNO: Noite

NÚMERO DE ALUNOS: 39 alunos

DATAS: 29/10/19.

PLANO DE AULA (6ª SEMANA)

1. TEMA: Aplicações da função de 2º grau: função custo, função receita e função lucro e introdução de funções de2º grau.

2. OBJETIVOS:

- Aplicar o conteúdo de funções;
- Compreender as relações entre custo, receita e lucro nas funçoes polinomiais de 2º grau;
- Simular a produção de bens de consumo;
- Refletir sobre o papel da Matemática no produção de bens de consumo.

3. CONTEÚDOS:

- Função Polinomial do 2º grau;
- Representar graficamente, no plano cartesiano, as funçõesde 2 grau, valor minimo e ponto máximo;
- parábolas no plano cartesiano.

4. RECURSOS DIDÁTICOS:

Lousa, giz, lápis, caderno e material impresso.

Observação: A sala de aula não tem Datashow.

5. ESTRATÉGIAS DE ENSINO:

Aula expositiva, dialogada.

A correção dos exercícios será feita na lousa, juntamente com os alunos.

6. AVALIAÇÃO:

A avaliação, no processo de ensino e aprendizagem, será contínua, através de resoluções de exercícios, trabalhos individuais e coletivos.

Em todas as aulas serão reservados alguns minutos para discussão das soluções dos exercícios, sendo que os alunos terão que explicar suas conclusões.

Propósito: consolidar os conceitos de Função Polinomial do 1º Grau.

29/10/19

Três períodos –duração de 45 min cada.

Primeiro momento

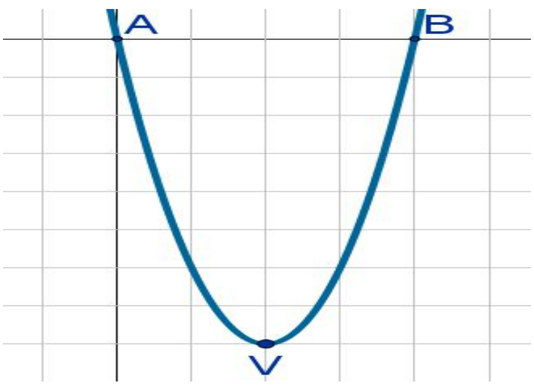
Esperar a turma toda entrar e se acomodar e fazer a correção do exercício que ficou como tema.

Relembrando

Ponto de mínimo

Não é necessário construir a **parábola** para observar seu **ponto de máximo**. A partir da função do segundo grau, é possível obter todas as informações necessárias algebricamente. Só não é possível ver a localização desse ponto.

Toda **parábola**/função do segundo grau possui vértice. Esse **vértice** é o ponto de **mínimo** se o coeficiente a > 0. Isso faz com que a parábola tenha concavidade voltada para cima e, assim, possua um "valor mínimo", como mostra a figura a seguir.

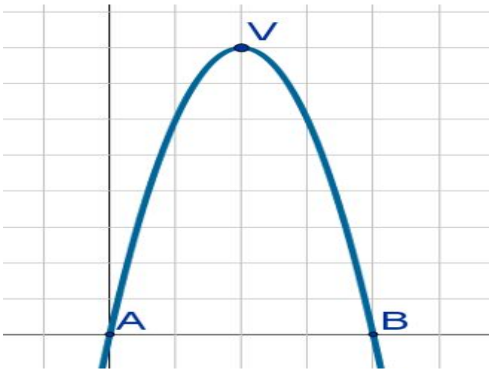


Ponto de máximo

Toda **parábola/função** do **segundo grau** com a coordenada a máximo, pois sua concavidade é voltada para baixo e, por isso, ela possui um ponto que é o "mais alto de todos".

Novamente, o correto é afirmar que não existe nenhum ponto pertencente a essa parábola com coordenada y superior a essa mesma coordenada do **vértice**.

A imagem a seguir mostra uma parábola com concavidade voltada para baixo e seu ponto de **máximo**.



Segundo momento

Determine as coordenadas do vértice das **funções:**

a) f(x) = x^2 – 16.

solução

a = 1, b = 0, c =-16

$x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-0}{2 \cdot 1}$

$x_v = \frac{0}{2}$

$x_v = 0$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

$\Delta = b^2 - 4.ac$

$\Delta = (0)^2 - 4.\ 1.\ (-16)$

$\Delta = 0 + 64$

$\Delta = 64$

$y_v = \frac{-(64)}{4 . 1}$

$y_v = -16$

v ={ 0,-16}

b) $f(x) = -3x^2 - 5x + 7$

a= -3 , b = -5, c=7

$x_v = \frac{-b}{2a}$

$x_v = \frac{-(-5)}{2\cdot(-3)}$

$x_v = \frac{5}{-6}$

$x_v = \frac{-5}{6}$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

$\Delta = b^2 - 4.ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4. (-3). 7$

$\Delta =25 +84$

$\Delta = 109$

$xv = \frac{-109}{4.(-3)}$

$y_v = \frac{-109}{-12}$

$xv = \frac{109}{12}$

v = { $\frac{-5}{6}$, $\frac{109}{12}$ }

Terceiro Momento

Exercício 1- Para produzirmos x unidades de uma mercadoria, temos que o custo dessa produção em reais é dado pela expressão matemática $C = x^2 - 80x + 3000$. Com base nessa expressão, determine:

a) A quantidade x de unidades produzidas para que o custo seja mínimo;

b) O valor mínimo do custo.

Resolução:

a = 1, b = -80, c = 3000

$x_v = \frac{-b}{2a}$

$\text{xv} = -\frac{(-80)}{2.1}$

$\text{xv} = \frac{80}{2}$

xv = 40

Quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo será de 40 peças.

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\text{yv} = -\frac{(b^2 \ \ - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$

$\text{yv} = \frac{-([80]^2 \ \ - 4 \cdot 1 \cdot 3000}{4.1}$

$\text{yv} = -\frac{(6400 - 12000)}{4}$

$\text{yv} = -\frac{(-5600)}{4}$

yv = 1400

Valor mínimo do custo será de R$ 1 400,00.

Exercício 2 - Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função C(x) = x² – 80x + 3000. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Resolução:

Aqui devemos calcular o vértice da parábola, pois o vértice dará o valor x para se obter o mínimo de custo.

$$C(x) = x^2 - 80x + 3000$$
$$x^2 - 80x + 3000 = 0$$

$$a = 1$$
$$b = -80$$
$$c = 3000$$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-80)}{2.1} = \frac{80}{2} = 40$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-\left(b^2 - 4ac\right)}{4a} = \frac{-\left[(-80)^2 - 4.1.3000\right]}{4.1} = \frac{-(6400 - 12000)}{4}$$
$$= \frac{-(-5600)}{4} = 1400$$

A quantidade de unidades deve ser 40 e o custo mínimo será de R$ 1.400,00.

Exercício 3 - De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L = R – C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria de peças automotivas produziu x unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 – 2000x$ e a receita representada por $R(x) = 6000x – x^2$. Com base nessas informações, determine:

a) O número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo:

b) O lucro máximo obtido por esta empresa:

c) Construa o gráfico do lucro máximo em função do número de unidades produzidas.

Resolução:

a)

L = R – C

$L = 6000\,x – x^2 – (x^2 – 2000x)$

$L = 6000\,x – x^2 – x^2 + 2000x$

$L = –2x^2 + 8000x$

Coeficientes: a = –2, b = 8000 e c = 0

Para determinar o número de peças produzidas para que o lucro seja máximo, devemos utilizar Xv.

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$xv = -\frac{(8000)}{2..(-2)}$$

$$xv = \frac{-8000}{-4}$$

xv = 2000

Para que o lucro seja máximo, a empresa deverá produzir 2 000 peças.

b)

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$yv = -\frac{(b^2 \ - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$$

$$yv = \frac{-([8000]^2 \ - 4 \cdot (-2) \cdot 0}{4.\ (-2)}$$

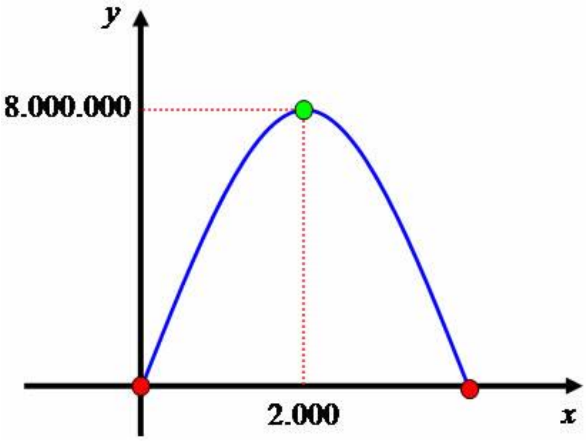
$$yv = -\frac{(64000000 - 0)}{-8}$$

$$yv = -\frac{(-64000000)}{-8}$$

yv = 8.000.000

O lucro máximo obtido por esta empresa será de R$ 8.000.000,00 c)

Construindo o gráfico do lucro máximo em função do número de unidades produzidas.



Exercício 4 - Em uma apresentação aérea de acrobacias, um avião a jato descreve um arco no formato de uma parábola de acordo com a seguinte função y = –x² + 60x. Determine a altura máxima atingida pelo avião.

Resolução:

Parábola com concavidade voltada para baixo.

Coeficientes da função: a = –1, b = 60 e c = 0

Altura máxima será representada por Yv.

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$yv = -\frac{(b^2 \; - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$$

$$yv = \frac{-([60]^2 \; - 4 \cdot (-1) \cdot [0])}{4.(-1)}$$

$$yv = -\frac{(3600 - 0)}{-4}$$

yv = 900

A altura máxima atingida pelo avião de acordo com a função foi de 900 metros.

Exercício 5 - Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico, no sangue de cobaias, varia de acordo com a função y = 12x – 2x², em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. Nessas condições, determine o tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias.

Resolução:

Parábola com concavidade voltada para baixo.

O tempo necessário será representado por Xv.

Coeficientes da função: a = –2, b = 12 e c = 0

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

xv = $-\frac{(-12)}{2.(-2)}$

xv = $\frac{-12}{-4}$

xv = 3

O tempo necessário será de 3 horas.

Exercício 6 - Uma indústria tem seu lucro mensal, L(x), em reais, dado em função do número de peças produzidas (x) pela expressão L(x) = 400x – x². Encontre o lucro máximo que pode ser obtido.

Resolução:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

yv $= -\frac{(b^2 \ - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$

yv $= \frac{-([400]^2 \ - 4 \cdot (-1) \cdot [0])}{4.(-1)}$

yv = $-\frac{(160000-0)}{-4}$

yv = 40.000

O lucro máximo de ser obtido será R$ 40 000,00.

Exercício 7 - A empresa Sempre Bella Cosméticos vende uma quantidade x de determinado produto, cujo custo de fabricação é dado por 3x²+232, e o seu valor de venda é expresso pela função 180x-116. A empresa vendeu 10 unidades do produto, contudo a mesma deseja saber quantas unidades precisa vender para obter lucro máximo. Considerando que o lucro obtido é dado pela diferença entre os valores de venda e custo, a quantidade de unidades a serem vendidas para se obter lucro máximo é:

Resolução:

Temos os seguintes dados:

C (x) = 3x² + 232

Venda (x) = 180x - 116

Lucro (x) = Venda (x) - Custo (x)

L (x) = 180 x - 116 - 3x² - 232

L (x) = -3x² + 180 x - 348

Como o enunciado pede o maior lucro devemos calcular o ponto 'x' do vértice da parábola, perceba que a equação tem coeficiente angular negativo, portanto a parábola tem concavidade voltada para baixo, e o vértice tem o ponto máximo.

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$xv = -\frac{(\ 180)}{2.(-3)}$$

$$xv = -\frac{180}{-6}$$

xv = 30

A quantidade máxima de unidades a serem vendidas é 30.

Exercício 8 - De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L = R - C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu X peças e verificou que o custo de produção era dado pela função C (x) = x² - 500x + 100 e a receita representada por R (x) = 2000x - x² . Com base nessas informações, determine o número de peças a serem reproduzidas para que o lucro seja máximo.

Resolução:

L = R-C

C (x) = x² - 500x + 100

R (x) = 2000x - x²

Se o lucro L é dado pela relação L(x) = R(x)-C(x). Logo temos que:

L(x) = (2000x - x²)-(x² - 500x + 100)

Basta desenvolver esta expressão e procurar pelo x que faça o L(x) seja o maior possível.

Então:

L(x) = (2000x - x²)-(x² - 500x + 100)

L(x) = 2000x-x²-x²+500x-100

L(x) = -2x²+2500x-100

y = -2x²+2500x-100

Encontramos uma função do segundo grau, então ele quer que se obtenha o valor de x peças para se obter o lucro máximo (y).

A fórmula do X do vértice é:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

xv = $-\frac{(\ 2500)}{2.(-2)}$

xv = $\frac{-2500}{-4}$

xv = 625

Para que o lucro seja máximo, deverá ser produzido 625 peças.